1. Calcula en forma binómica:

a) (0,25 puntos) $-2(-1-3i)+(3-i)$

b) (0,5 puntos) $\frac{4-2i}{1+2i}$

c) (0,5 puntos) $2i(1-3i)^2$

a) $(2+6i)+(3-i) = \boxed{5+5i}$

b) $\frac{4-2i}{1+2i} \cdot \frac{1-2i}{1-2i} = \frac{4-8i-2i+4i^2}{1-4i^2} =$

$= \frac{\cancel{4}-10i\cancel{-4}}{5} = \boxed{-2i}$

c) $2i(1-3i)^2 = 2i(1+9i^2-6i) = 2i(-8-6i) = -16i-12i^2 = \boxed{12-16i}$

3. (*1.5 puntos*) Calcula en forma polar y binómica las raíces $\sqrt[4]{-1}$. Represéntalas gráficamente.

$\sqrt[4]{-1} = \sqrt[4]{1_{180°}}$

$$\sqrt[4]{1_{180}} = \begin{cases} 1_{\frac{180+0\cdot 360}{4}} = 1_{45°} \\ 1_{\frac{180+1\cdot 360}{4}} = 1_{135} \\ 1_{\frac{180+2\cdot 360}{4}} = 1_{225°} \\ 1_{\frac{180+3\cdot 360}{4}} = 1_{315°} \end{cases}$$

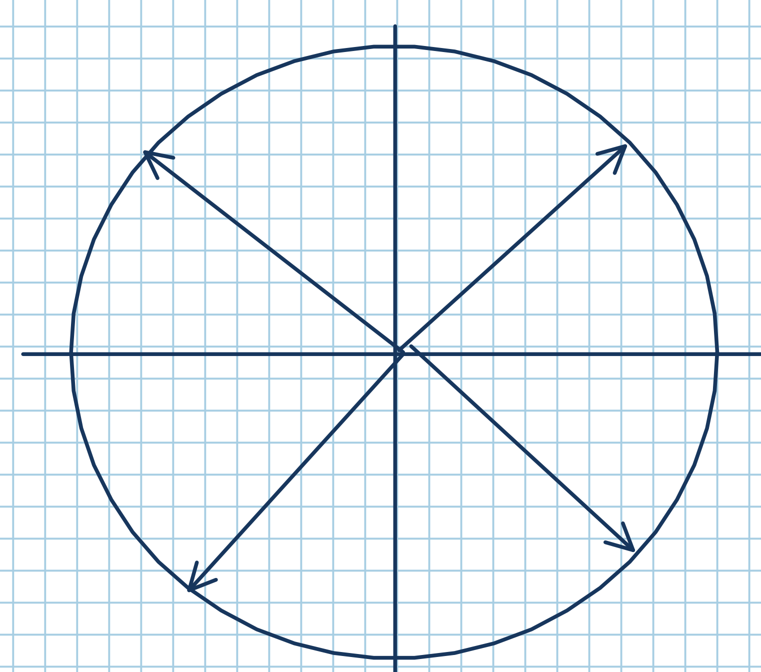
Forma binómica

$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$

$-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$

$-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i$

$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} i$



$a = 1 \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$b = 1 \cdot \operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

5. *(1,25 puntos)* Dados los vectores $\vec{u}(5,1)$, $\vec{v}(-1,4)$ y $\vec{w}(13,11)$, calcula a y b de modo que:

$$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$$

$\vec{u}\,(5,1)$

$\vec{v}\,(-1,4)$

$\vec{w}\,(13,11)$

$\vec{w} = a\vec{u} + b\cdot\vec{v}$

$(13,11) = a\,(5,1) + b\,(-1,4)$

$= (5a, a) + (-b, 4b)$

$(13,11) = (5a-b,\ a+4b)$

$\begin{cases} 5a-b=13 \\ a+4b=11 \end{cases}$

$a = 11-4b$

$5(11-4b)-b=13$

$55-20b-b=13$

$42=21b$

$\underline{\underline{b=2}}$

$a = 11-8 = \underline{\underline{3}}$

$\boxed{\begin{matrix} a=3 \\ b=2 \end{matrix}}$

7. *(1,25 puntos)* Calcula el ángulo que forman estos vectores expresados en coordenadas:
a) $\vec{u}(1,-3)$ y $\vec{v}(2,3)$

$|u| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$|v| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = |u|\cdot|v|\cdot \cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = \dfrac{u\cdot v}{|u||v|}$

$u\cdot v = 2-9 = -7$

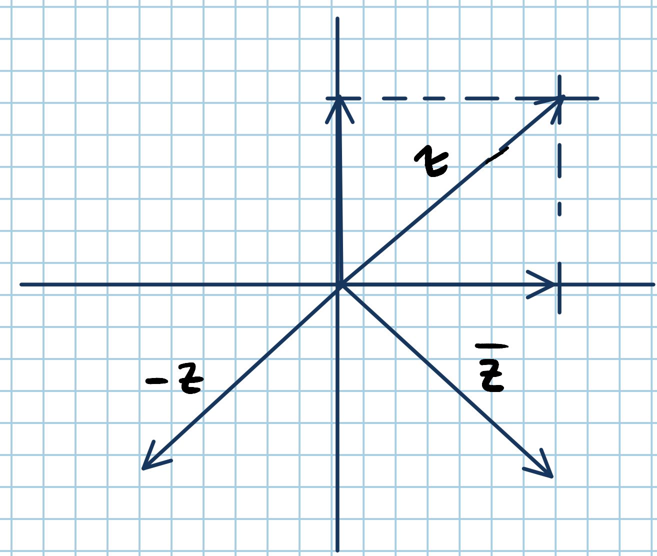
$\cos\alpha = \dfrac{-7}{\sqrt{130}} = -0'614$

$\alpha = \arccos(-0'614) = \boxed{127^\circ\ 52'\ 30''}$

2. (*1 punto*) Dado el número complejo $z = 2 + 2i$. Representa su afijo, el de $\bar{z}$ y el de $-z$. ¿Cuál será el argumento de z?

$a = 2$

$b = 2$



$z = 2 + 2i$

$\bar{z} = 2 - 2i$

$-z = -2 - 2i$

$r = \sqrt{2^2 + 2^2} = \underline{\underline{\sqrt{8}}}$

4. *(1 punto)* Resuelve la ecuación $z^2 + 3z - 5 = 2(z-3)$. ¿Qué relación cumplen las soluciones obtenidas?

$z^2 + 3z - 5 = 2z - 6$

$z^2 + z - 11 = 0$

$z = \frac{-1 \pm \sqrt{1+44}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{45}}{2}$

¿NO SÉ QUÉ HAY QUE HACER?

6. *(1,25 puntos)* Dados los vectores $\vec{u}(3,m)$ y $\vec{v}(n,-1)$, halla m y n de modo que:

a) $\vec{u} \perp \vec{v}$ y $|\vec{u}| = 5$

$|u| = \sqrt{9+m^2} = 5 \longrightarrow 9+m^2 = 25 \qquad m^2 = 16 \qquad m = \sqrt{16} = \pm 4$

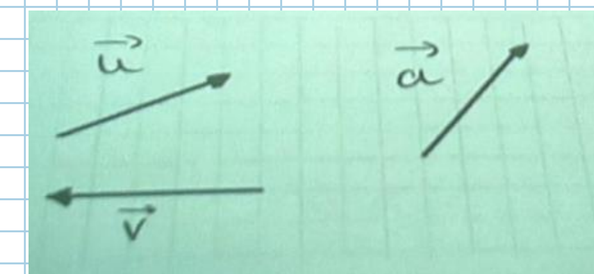
$\vec{u} \perp \vec{v} \longrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 3n - m = 0 \qquad n = \frac{m}{3} = \begin{cases} \frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{cases}$

Dos soluciones

$m_1 = 4$	$m_2 = -4$
$n_1 = 4/3$	$n_2 = -4/3$

8. *(1 punto)* Escribe el vector $\vec{a}$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

a) *(0,5 puntos)* ¿Cuáles son las coordenadas de $\vec{a}$ respecto de la base $B(\vec{u}, \vec{v})$?



$\vec{u}\,(4,2)$

$\vec{v}\,(-5,0)$

$\vec{a}\,(3,4)$

$$\vec{a} = \alpha \cdot \vec{u} + \beta \cdot \vec{v}$$

$$(3,4) = \alpha\,(4,2) + \beta\,(-5,0)$$

$$(3,4) = (4\alpha, 2\alpha) + (-5\beta, 0)$$

$$(3,4) = (4\alpha - 5\beta,\ 2\alpha)$$

$$\left.\begin{array}{l} 4\alpha - 5\beta = 3 \\ 2\alpha = 4 \end{array}\right\} \to \alpha = 2$$

$$5\beta = 4\alpha - 3$$

$$5\beta = 8 - 3 \qquad \beta = 1$$

$$\boxed{\vec{a} = 2\vec{u} + \vec{v}}$$

$$\boxed{\vec{a} = 2\,(4,2) + (-5,0)}$$